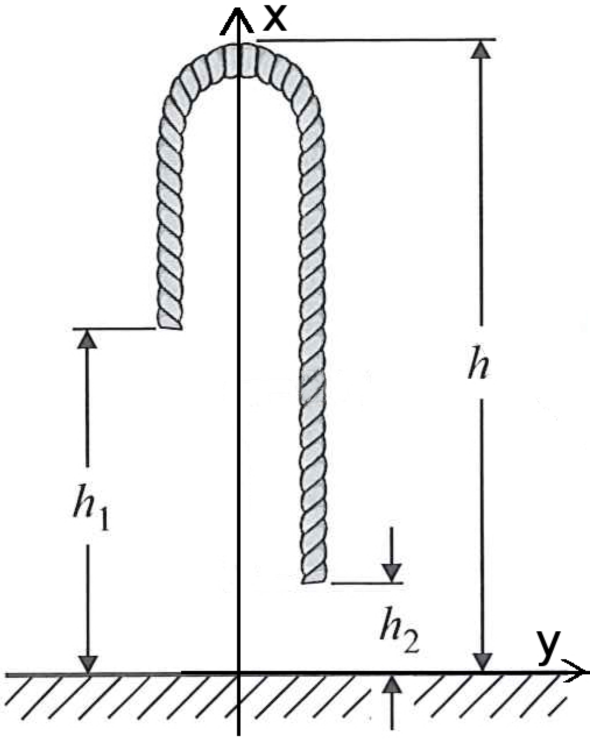
Ein Seil der Länge l wird senkrecht in die Luft geworfen. Es sei voll beweglich, sodass der Knick frei über das Seil laufen kann. Die Seilmasse pro Längeeinheit sei ρ. Die Krümmung der Knickstelle ist als vernachlässigbar anzusehen, d.h. die relevante Bewegung findet nur in x-Richtung statt.



(a) Finden Sie geeignete generalisierte Koordinaten und stellen Sie die Lagrange Funktion des Systems auf.

(b) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen der generalisierten Koordinaten her.

(c) Die Bewegungsgleichung für die Wanderung der Knickstelle lautet nach geeigneter Substitution $(l^2 - x^2)\ddot{x} - x\dot{x}^2 = 0$. Wie verhält sich die Geschwindigkeit der Knickstelle, wenn diese das Seilende erreicht?

Endergebnisse :

(a) generalisierte Koordinaten: h,h_1,h_2
$\mathscr{L}(h_1, h_2, \dot{h}_1, \dot{h}_2) = \frac{\rho}{4}\left[l(\dot{h}_1^2 + \dot{h}_2^2) + (h_1 - h_2)(\dot{h}_2^2 - \dot{h}_1^2)\right]$
$-\frac{\rho g}{4}\left[l^2 + 2l\,(h_1 + h_2) - h_1^2 - h_2^2 + 2h_1 h_2\right]$

(b) in h_1: $(l - h_1 + h_2)\,\ddot{h}_1 - \frac{1}{2}(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)^2 = -gl + g(h_1 + h_2)$
in h_2: $(l + h_1 - h_2)\,\ddot{h}_2 - \frac{1}{2}(\dot{h}_1 - \dot{h}_2)^2 = -gl - g(h_1 - h_2)$

(c) für $x \to \pm l$ gilt $\dot{x} \to \infty$