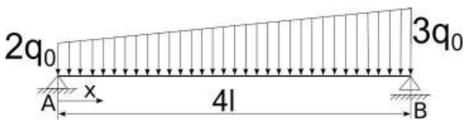
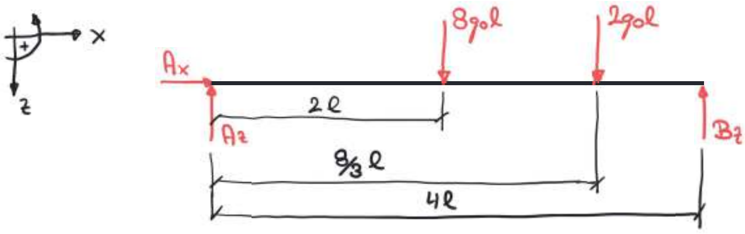
Aufgabe 33

Berechne für den skizzierten Biegeträger die Auflagerreaktionen, sowie die Schnittgrößen $Q(x)$ und $M(x)$.
Gegeben: q_0, l



Hinweis: Das Koordinatensystem ist so zu wählen, dass die $\underline{e}_x$ Achse nach rechts, die $\underline{e}_y$ aus der Blattebene heraus und die $\underline{e}_z$ nach unten positiv festgelegt sind.



Auflager:

$$\sum_i F_{xi} = 0: \quad A_x = 0 \qquad (1)$$

$$\sum_i F_{zi} = 0: \quad -A_z + 8q_0 l + 2q_0 l - B_z = 0 \qquad (2)$$

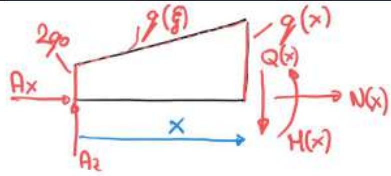
$$\sum_i M_i^{(A)} = 0: \quad -8q_0 l \cdot 2l - 2q_0 l \frac{8}{3} l + B_z \cdot 4l \qquad (3)$$

aus (1): $A_x = 0$

aus (3): $B_z = \left(\cancel{16}^{\,4} q_0 l + \frac{\cancel{16}^{\,4}}{3} q_0 l\right) \frac{1}{\cancel{4}} = \frac{16}{3} q_0 l$

aus (2): $A_z = 10 q_0 l - \frac{16}{3} q_0 l = \frac{14}{3} q_0 l$

Schnittgrößen:



$$q(\xi) = \underbrace{2q_0}_{d} + \underbrace{\frac{q_0}{4l}}_{k} \underbrace{\xi}_{x}$$

$$Q(x) = Q(0) - \int_0^x q(\xi)\,d\xi$$

$$= A_z - \int_0^x \left(2q_0 + \frac{q_0}{4l}\xi\right) d\xi$$

$$= \frac{14}{3} q_0 l - \left[2q_0 \xi + \frac{q_0}{4l}\frac{\xi^2}{2}\right]_0^x$$

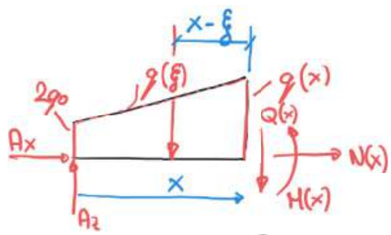
$$= \frac{14}{3} q_0 l - 2q_0 x - \frac{q_0}{8l} x^2$$

$$Q(x) = q_0\left[\frac{14}{3} l - 2x - \frac{1}{8l} x^2\right]$$

$$M(x) = \int_0^x Q(\xi)\,d\xi = \int_0^x q_0\left[\frac{14}{3} l - 2\xi - \frac{\xi^2}{8l}\right] d\xi$$

$$= q_0\left[\frac{14}{3} l \xi - \cancel{2}\frac{\xi^2}{\cancel{2}} - \frac{\xi^3}{24l}\right]_0^x$$

$$M(x) = q_0\left[\frac{14}{3} l x - x^2 - \frac{x^3}{24l}\right]$$



$$q(\xi) = \underbrace{2q_0}_{d} + \underbrace{\frac{q_0}{4l}}_{k} \underbrace{\xi}_{x}$$

$$M(x) = A_z \cdot x - \int_0^x q(\xi) \cdot (x - \xi)\,d\xi$$

$$= \frac{14}{3} q_0 l x - \int_0^x \left(2q_0 x - 2q_0 \xi + \frac{q_0 x}{4l}\xi - \frac{q_0}{4l}\xi^2\right) d\xi$$

$$= \frac{14}{3} q_0 l x - \left[2q_0 x \xi - \cancel{2}q_0 \frac{\xi^2}{\cancel{2}} + \frac{q_0 x}{4l}\frac{\xi^2}{2} - \frac{q_0}{4l}\frac{\xi^3}{3}\right]_0^x$$

$$= \frac{14}{3} q_0 l x \underbrace{- 2q_0 x^2 + q_0 x^2}_{-q_0 x^2} \underbrace{- \frac{q_0 x^3}{8l} + \frac{q_0 x^3}{12l}}_{-\frac{q_0 x^3}{24l}}$$

$$M(x) = q_0\left[\frac{14}{3} l x - x^2 - \frac{x^3}{24l}\right]$$