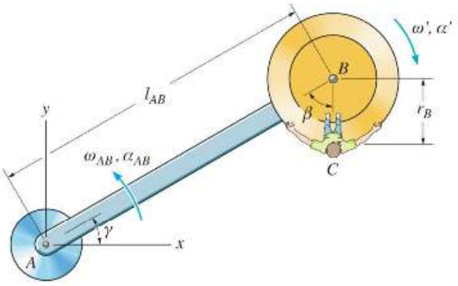
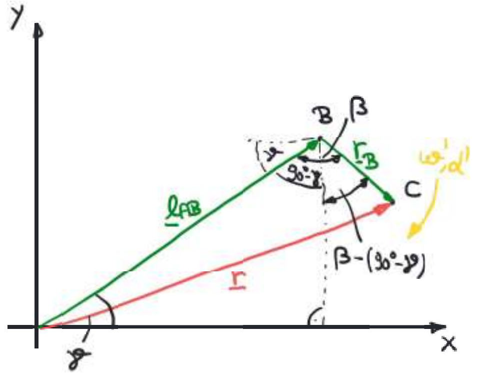
5.14 Beispiel R14

Ein Karussell besteht aus einem mit der Winkelbeschleunigung α_{AB} um Punkt A rotierenden Arm AB, welcher in der dargestellten Lage die Winkelgeschwindigkeit ω_{AB} besitzt. Ein Wagen ist am Ende des Armes im Punkt B reibungsfrei befestigt und dreht sich zum betrachteten Zeitpunkt mit der Winkelgeschwindigkeit ω' und der Winkelbeschleunigung α' um den Punkt B.

Geg.: $l_{AB} = 5\text{m}$, $r_B = 1\text{m}$, $\gamma = 30°$, $\beta = 60°$, $\omega_{AB} = 2\text{s}^{-1}$, $\alpha_{AB} = 1\text{s}^{-2}$, $\omega' = 0.5\text{s}^{-1}$, $\alpha' = 0.6\text{s}^{-2}$



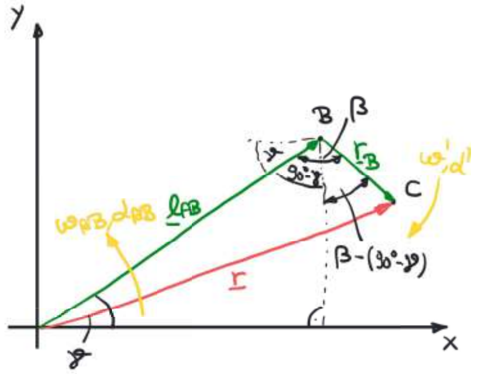


Berechnen Sie zum gegebenen Zeitpunkt

(a) die Absolutgeschwindigkeit und -beschleunigung des Fahrgastes in C.

(b) die Absoultgeschwindigkeit und -beschleunigung des Fahrgastes in C für den Fall $\alpha_{AB} = \alpha' = 0$.

$$\underline{r} = \underline{l}_{AB} + \underline{r}_B$$
$$= l_{AB}\cos\gamma\,\underline{e}_x + l_{AB}\sin\gamma\,\underline{e}_y$$



Alternative: $\underline{r} = r_B\sin(\beta-90°+\gamma)\underline{e}_x - r_B\cos(\beta-90°+\gamma)\underline{e}_y$

$$\underline{v} = \dot{\underline{r}} + \underline{\omega}_{AB} \times \underline{l}_{AB}$$

⋮

$$\underline{r} = \underline{l}_{AB} + \underline{r}_B$$
$$= l_{AB}\cos\gamma\,\underline{e}_x + l_{AB}\sin\gamma\,\underline{e}_y + r_B\sin(\beta-90°+\gamma)\underline{e}_x - r_B\cos(\beta-90°+\gamma)$$

Geschwindigkeit:

$$\underline{v} = \dot{\underline{r}} = \left[-l_{AB}\dot\gamma\sin\gamma + r_B\dot\beta\cos(\beta-90°+\gamma) + r_B\dot\gamma\cos(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_x$$
$$+ \left[l_{AB}\dot\gamma\cos\gamma + r_B\dot\beta\sin(\beta-90°+\gamma) + r_B\dot\gamma\sin(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_y$$

$$\dot\gamma = \omega_{AB}, \quad \dot\beta = -\omega'$$

$$\underline{v} = \left[-l_{AB}\,\omega_{AB}\sin\gamma + r_B(\omega_{AB}-\omega')\cos(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_x$$
$$+ \left[l_{AB}\,\omega_{AB}\cos\gamma + r_B(\omega_{AB}-\omega')\sin(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_y$$

$$\underline{v} = (-3.5\,\underline{e}_x + 8.66\,\underline{e}_y)\,\text{ms}^{-1}$$

Beschleunigung:

$$\underline{a} = \ddot{\underline{r}} = \frac{d}{dt}\left[\begin{array}{l}\left[-l_{AB}\dot\gamma\sin\gamma + r_B\dot\beta\cos(\beta-90°+\gamma) + r_B\dot\gamma\cos(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_x \\ + \left[l_{AB}\dot\gamma\cos\gamma + r_B\dot\beta\sin(\beta-90°+\gamma) + r_B\dot\gamma\sin(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_y\end{array}\right]$$

$$= \left[-l_{AB}\ddot\gamma\sin\gamma - l_{AB}\dot\gamma^2\cos\gamma + r_B(\ddot\beta+\ddot\gamma)\cos(\beta-90°+\gamma) - r_B(\dot\gamma+\dot\beta)^2\sin(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_x$$
$$+ \left[l_{AB}\ddot\gamma\cos\gamma - l_{AB}\dot\gamma^2\sin\gamma + r_B(\ddot\gamma+\ddot\beta)\sin(\beta-90°+\gamma) + r_B(\dot\gamma+\dot\beta)^2\cos(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_y$$

$$\dot\gamma = \omega_{AB}, \quad \dot\beta = -\omega', \quad \ddot\gamma = \alpha_{AB}, \quad \ddot\beta = -\alpha'$$

$$\underline{a} = \left[-l_{AB}(\alpha_{AB}\sin\gamma + \omega_{AB}^2\cos\gamma) + r_B(\alpha_{AB}-\alpha')\cos(\beta-90°+\gamma) - r_B(\omega_{AB}-\omega')^2\sin(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_x$$
$$\left[l_{AB}(\alpha_{AB}\cos\gamma - \omega_{AB}^2\sin\gamma) + r_B(\alpha_{AB}-\alpha')\sin(\beta-90°+\gamma) + r_B(\omega_{AB}-\omega')^2\cos(\beta-90°+\gamma)\right]\underline{e}_y$$

$$\underline{a} = (-19.42\,\underline{e}_x - 3.4\,\underline{e}_y)\,\text{ms}^{-2}$$

Alternative: $\underline{a} = \ddot{\underline{r}} + \underline{\alpha}_{AB}\times\underline{l}_{AB} + \underline{\omega}_{AB}\times(\underline{\omega}_{AB}\times\underline{l}_{AB}) + \overbrace{2\underline{\omega}_{AB}\times\underline{v}_{rel}^{(B)}}^{=0}$

⋮