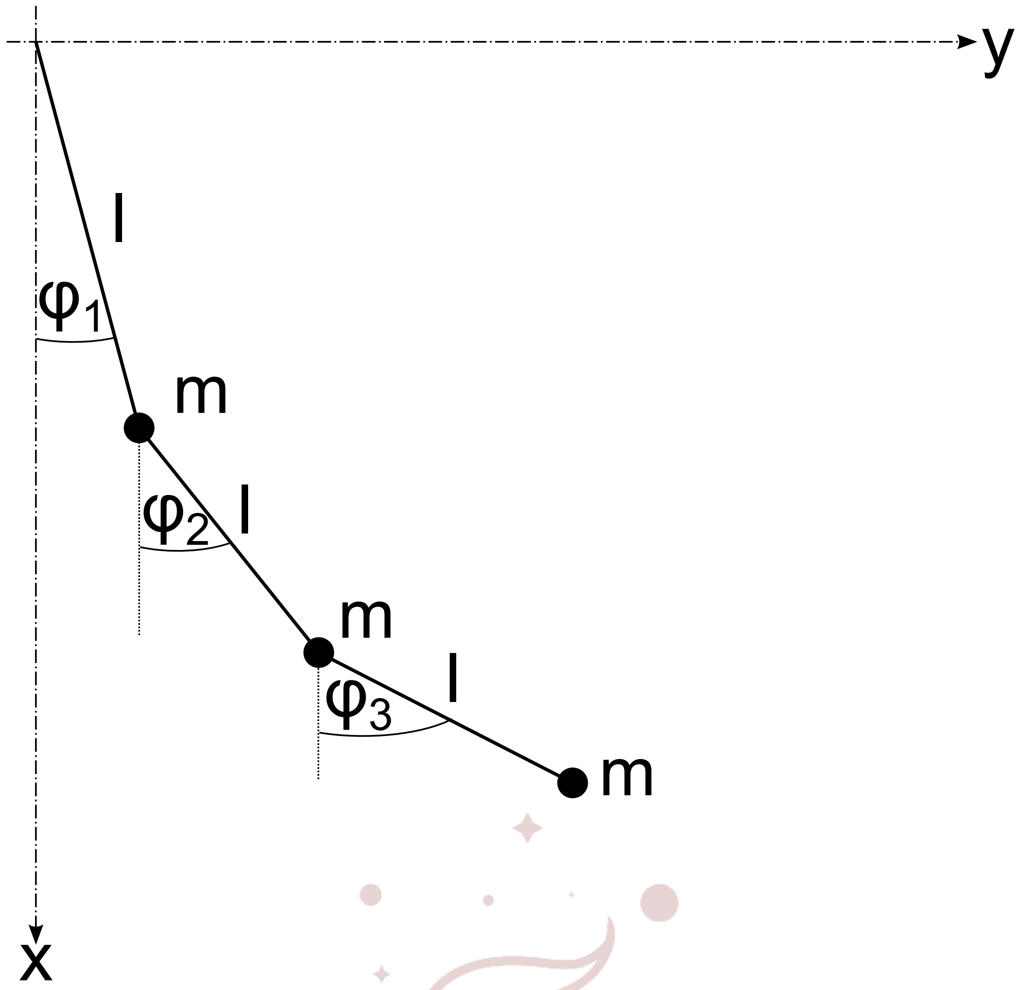
Gegeben ist das ebene Tripelpendel laut Skizze.



Bestimme

(a) die Lagrangefunktion des System.

(b) die Bewegungsgleichungen in allen generalisierten Koordinaten.

Endergebnisse:

(a) $\mathscr{L} = \frac{ml^2}{2}\left[3\dot\varphi_1^2 + 2\dot\varphi_2^2 + \dot\varphi_3^2 + 4\dot\varphi_1\dot\varphi_2\cos(\varphi_1-\varphi_2) + 2\dot\varphi_1\dot\varphi_3\cos(\varphi_1-\varphi_3) + 2\dot\varphi_2\dot\varphi_3\cos(\varphi_2-\varphi_3)\right]$
$+mgl\,(3\cos\varphi_1 + 2\cos\varphi_2 + \cos\varphi_3)$

(b) in φ_1:
$3\ddot\varphi_1 + 2\ddot\varphi_2\cos(\varphi_1-\varphi_2) + \ddot\varphi_3\cos(\varphi_1-\varphi_3) + 2\dot\varphi_2^2\sin(\varphi_1-\varphi_2) + \dot\varphi_3^2\sin(\varphi_1-\varphi_3) + \frac{3g}{l}\sin\varphi_1 = 0$
in φ_2:
$2\ddot\varphi_2 + 2\ddot\varphi_1\cos(\varphi_1-\varphi_2) + \ddot\varphi_3\cos(\varphi_2-\varphi_3) - 2\dot\varphi_2^2\sin(\varphi_1-\varphi_2) + \dot\varphi_3^2\sin(\varphi_2-\varphi_3) + \frac{2g}{l}\sin\varphi_2 = 0$
in φ_3:
$\ddot\varphi_3 + \ddot\varphi_1\cos(\varphi_1-\varphi_3) + \ddot\varphi_2\cos(\varphi_2-\varphi_3) - \dot\varphi_1^2\sin(\varphi_1-\varphi_3) - \dot\varphi_2^2\sin(\varphi_2-\varphi_3) + \frac{g}{l}\sin\varphi_3 = 0$